

1.4.1 Výroky

Předpoklady:

Pedagogická poznámka: Látka není určena na celou hodinu, ale tak na 20 minut. Zbytek využívám na písemku.

Výrok je sdělení, u něhož má smysl otázka, zda je či není pravdivé.

Číslo π je iracionální. \Rightarrow pravdivý výrok

Ach jo, zase matika. \Rightarrow není výrok

V rozvrhu máme deset hodin matematiky týdně. \Rightarrow nepravdivý výrok

Matematika je nejlepší předmět. \Rightarrow není výrok, jde o věc vkusu

Pozor: Formule $a^2 + b^2 = c^2$ není výrok. Nevíme, co znamenají písmena $a, b, c \Rightarrow$ musíme význam písmen specifikovat.

Různá specifikace vede k různým výsledkům:

- Pro všechny pravoúhlé trojúhelníky s odvěsnami a, b a přeponou c platí $a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow$ pravdivý výrok (Pythagorova věta).
- Pro všechny trojúhelníky se stranami a, b, c platí: $a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow$ nepravdivý výrok.

Často výrok značíme v a píšeme v : Už zase prší hroší.

Poznámka: Bohužel ani v matematických učebnicích se všechny věty vždy neformulují zcela kompletně (jsou pak často příliš dlouhé) a předpokládá se, že neuvedené informace jsou jasné z kontextu. Běžně se tak stává, že formule $a^2 + b^2 = c^2$ je uvedena bez další specifikace a přesto jde o výrok, protože z kontextu je zřejmé, že jde o strany pravoúhlého trojúhelníku.

Př. 1: U následujících vět rozhodni, zda jsou nebo nejsou výroky a urči jejich pravdivost (často se také říká **pravdivostní hodnotu**).

- Těžnice trojúhelníků se protínají v jednom bodě.
- Všechna reálná čísla jsou kladná.
- Některá reálná čísla jsou kladná.
- Kyš, kyš.
- Hlavním městem Indie je Karáčí.
- Máš úkol?
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- Tabule je pravoúhlý trojúhelník.
- Jana je nejhezčí holka ve škole.

a) Těžnice trojúhelníků se protínají v jednom bodě. \Rightarrow pravdivý výrok

b) Všechna reálná čísla jsou kladná. \Rightarrow nepravdivý výrok

c) Některá reálná čísla jsou kladná. \Rightarrow pravdivý výrok

d) Kiš, kiš. \Rightarrow není výrok

e) Hlavním městem Indie je Karáčí. \Rightarrow nepravdivý výrok

f) Máš úkol? \Rightarrow není výrok (jde o otázku, smyslem věty není něco sdělit o skutečném stavu, ale něco zjistit \Rightarrow nejde výrok. Naopak věta: "Máš dnešní úkol

z matematiky." by byla výrokem)

g) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \Rightarrow$ není výrok (nevíme, co znamenají proměnné a, b, c)

h) Tabule je pravouhlý trojúhelník. \Rightarrow není výrok (jde zjevně o nesmyslné tvrzení.

Na druhou stranu při troše dobré vůle by bylo možné větu za výrok považovat)

ch) Jana je nejhezčí holka ve škole. \Rightarrow není výrok (jde o věc vkusu, který má každý

jiný. Věta „Jana je nejvyšší holka ve škole.“ by však výrokem byla, protože by bylo možné všechny holky přeměřit a zjistit, zda je Janina výška největší)

Pedagogická poznámka: (rada od oktávy 2012) Jméno Jana v posledním bodě by mělo být nahrazeno jménem dívky ze třídy, která se látku učí. Pak by se ukázalo, zda je jí bližší matematická správnost nebo ješitnost.

Př. 2: Doplně větu: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ tak, aby z ní byl pravdivý výrok.

Pro všechna reálná čísla a, b platí: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Negace výroku v (značíme $\neg v$) je tvrzení, které popírá pravdivost původního výroku (tvrdí přesný opak toho, co původní výrok).

Př. 3: Doplně věty.

a) Je-li výrok v pravdivý, je výrok $\neg v \dots$

b) Je-li výrok v nepravdivý, je výrok $\neg v \dots$

a) Je-li výrok v pravdivý, je výrok $\neg v$ nepravdivý.

b) Je-li výrok v nepravdivý, je výrok $\neg v$ pravdivý.

Jak vyrobit negaci výroku?

v : Číslo 5 je liché.

Dvě možnosti:

- $\neg v$: Není pravda, že číslo 5 je liché.
- $\neg v$: Číslo 5 je sudé.

Obě možnosti nejsou rovnocenné:

- První možnost je zcela mechanická \Rightarrow snadno ji vytvoříme, ale je k ničemu, protože nepřináší nic nového.
- Druhá možnost se může hodit, popisuje skutečnost jiným slovem, ale někdy je problém vyrobit ji správně.

Př. 4: Zneguj výroky bez použití záporu.

a) Je den.

b) Je podzim.

c) Je středa nebo čtvrtek.

Jakým způsobem musíme vytvářet negace bez použití záporu?

a) Je den.

Je noc.

b) Je podzim.

Je jaro nebo léto nebo zima.

c) Je středa nebo čtvrtek.

Je pondělí nebo úterý nebo pátek nebo sobota nebo neděle.

Musíme si rozmyslet všechny možnosti a do negace bez použití záporu zahrnout všechny, které nejsou obsaženy v původním výroku (například pokud původní výrok zní: „Je podzim.“ negace musí tvrdit, že je některé ze zbývajících ročních období: „Je jaro nebo léto nebo zima.“).

Do negace bez použití záporu musíme zahrnout všechny možnosti, které nejsou obsaženy v původním výroku.

Pedagogická poznámka: Vzhledem k tomu, že studenti mají tendenci snažit se zapamatovat všechno (nebo nic), je dobré jim zdůraznit, že z dnešní hodiny je toto první informace, která si zaslouží zapamatování. Všechno předchozí bylo totiž asi jasné.

Př. 5: Zneguj bez použití záporu výrok: „Číslo 5 je kladné.“

Číslo 5 je záporné nebo nula.

Shrnutí: Do negace výroku musíme zahrnout všechny možnosti, které neobsahuje původní výrok.